FÍSICA I

SOLUCIONARIO

MARIO FELIPE LONDOÑO

Desarrollado por:

Arley coy granados Ing. mecánica

Vanesa Álvarez arias Ing. sistemas

Esteban ardila rubiano Ing. eléctrica

Eduard Yesid chacón lamus Ing. mecánica

Universidad industrial de Santander

2009

CINEMÁTICA

1. Un tren que se mueve con aceleración constante pasa por una estación con velocidad vo .
Medio kilómetro mas adelante su velocidad es 30 km h y 1 km más adelante de la
estación su velocidad es 40 km/h. Hallar vo .

$v_f{}^2 - v_{0^2} = 2a\Delta x$
$1600 - 900 = a$
$a = 700$
$v_f{}^2 - v_{0^2} = 2a\Delta x$
$(30^2) - v_{0^2} = 2(700)(0.5)$
$v_{0^2} = 10\sqrt{2}$

2. Un globo desciende con velocidad constante de 10 m/s. En cierto momento su tripulante
deja caer una piedra sin comunicarle ningún impulso. Halle la distancia entre el globo y
la piedra en función del tiempo. Evalúela a los 5s .

Sugerencia: defina bien su marco de referencia y piense cuál es la velocidad inicial de
la piedra.

$y_{g=v_o}t$
$y_{p=v_o}t + \frac{1}{2}g$

$y_g - y_{p=}v_o t - v_o t - \frac{1}{2}gt^2$

$y_g - y_{p=} - \frac{1}{2}(9.8)5^2$
$y_g - y_{p=} - 122.5m$

3. Se lanza una piedra verticalmente hacia abajo desde el borde de la azotea de un edificio.

Mientras transcurre el décimo segundo de caída, la piedra recorre una distancia igual al
doble de la que recorrió mientras transcurrió el quinto segundo. ¿Con qué velocidad se
lanzó la piedra?

$$y = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$y(5) = v_0 5 + \frac{1}{2} g 5^2$$

$$y(4) = v_0 4 + \frac{1}{2} g 4^2$$

$$y(10) = v_0 10 + \frac{1}{2} g 10^2$$

$$y(9) = v_0 9 + \frac{1}{2} g 9^2$$

Restamos las ecuaciones de los tiempos de 5 -4 y 10-9

$$5v_0 + 122{,}5 - 4v_0 - 78{,}5 = 0$$

$$v_0 + 44{,}1 = 0$$

$$10v_0 + 490 - 9v_0 - 396{,}9$$

$$v_0 + 93{,}1 = 0$$

$$v_0 + 93{,}1 = 2(v_0 + 44{,}1)$$

$$v_0 = \frac{4{,}5\, m}{s}$$

4. Si un cuerpo recorre la mitad de su trayectoria en el último segundo de caída, encuentre el tiempo total de caída y la altura desde la cual se dejó caer.

$$\frac{y}{2} = \frac{gt^2}{2} - \frac{gt^2}{4}$$

$$y = \frac{gt^2}{2}$$

$$y(t-1) = \frac{g(t-1)^2}{2}$$

$$y - y(t-1) = \frac{gt^2}{2} - \frac{g(t-1)^2}{2}$$

$$y - y(t-1) = \frac{2gt - g}{2}$$

$$\frac{gt^2}{4} = \frac{2gt - g}{2}$$

$$t^2 - 4t + 2 = 0$$

$$t = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 * 1 * 2}}{2 * 1}$$

$$t = 2 + \sqrt{2}$$

5. Se suelta una piedra desde la boca de un pozo. El sonido del impacto de la piedra con el fondo se oye 3 s después de haberla dejado caer. Determinar la profundidad del pozo.
Velocidad del sonido en el aire = 340 m s.
Chequeo: el descenso de la piedra es el 96% del tiempo total.

$x = \frac{1}{2}gt^2$

$x = \frac{1}{2}(9.8) * 2{,}79^2$

$x = 38.14$

6. En el momento de arrancar con aceleración de 5 ms−2 hacia un muro a 500 m de distancia, un auto toca el pito. ¿Al cuánto tiempo oye el eco proveniente del muro y qué distancia ha recorrido hasta ese momento?

$x_{carro} = 1000 - 2{,}5t^2$

$x_{sonido} = 340t$

Igualamos las ecuaciones del espacio del sonido y del carro.

$x_{carro} = x_{sonido}$

$1000 - 2{,}5t^2 = 340t$

$2{,}5t^2 + 340t - 1000 = 0$

$t^2 + 136t - 400 = 0$

$$t = \frac{-136 \pm \sqrt{136^2 - 4 * 1 * 400}}{2}$$

$t = 2{,}88$

$x_{carro} = 2{,}5t^2$

$x_{carro} = 2{,}5(2{,}88)^2$

$x_{carro} = 20.74\ m$

7. Dos autos A y B se mueven en la misma dirección, en carriles paralelos, con velocidades vA y vB respectivamente. Cuando el auto A está a una distancia d detrás de B, el auto A aplica los frenos, causando una aceleración de frenado constante de magnitud a.

Demuestre que para que A alcance a B es necesario que $v_a - v_b \geq (2ad)^{\frac{1}{2}}$

$0 = v_a t - \frac{1}{2}at^2$

$0 = d + v_b t$

Igualar las dos ecuaciones

$$v_a t - \frac{1}{2} a t^2 = d + v_b t$$

$$-\frac{1}{2} a t^2 + (v_a - v_b)t - d = 0$$

$$\frac{-(v_a - v_b) \pm \sqrt{(v_a - v_b)^2 - 2ad}}{2a}$$

Para que el auto A alcance a B en el determinante $(v_a - v_b)$ tiene que se mayor que o igual a $\sqrt{2ad}$

$$v_a - v_b \geq (2ad)^{\frac{1}{2}}$$

8. Demuestre que, en general, en un lanzamiento vertical, las velocidades en una determinada posición al subir y el bajar tienen igual magnitud y los intervalos de tiempo transcurridos para subir a la altura máxima y para volver a bajar al mismo punto, son iguales.

9. Un tren acelera uniformemente partiendo del reposo a razón de 2 m s–2 , hasta alcanzar una velocidad de 40 m s–1 . Después de avanzar a esa velocidad durante un cierto tiempo, desacelera a razón de 1 m s–2 hasta detenerse. Si en total recorrió 4.000 m, halle el tiempo total transcurrido.

Primer intervalo

$v_1 = at_1$
$\frac{40}{2} = t$
$t_1 = 20$
$x_1 = \left|\frac{1}{2} * 2 * 20^2\right|$
$x_1 = 400$
$x_1 + x_2 + x_3 = 4000$
$400 + x_2 + 800 = 4000$
$x_2 = 2800$
$x_2 = v_2 t_2$

tercer intervalo

$v_3 = at_3$
$40 = t_3$

$x_3 = \left|\frac{1}{2} * (-1) * 40^2\right|$
$x_3 = 800$

$$\frac{2800}{40} = t_2$$

$$t_2 = 70$$

$$t_1 + t_2 + t_3 = t_T$$
$$t_T = 20 + 40 + 70$$
$$t_T = 130$$

10. Un automovilista viaja a 16 m/s cuando observa que la luz de un semáforo 240 m delante de él se pone en rojo. Quiere pasar por el semáforo a la misma velocidad cuando cambia otra vez a verde a los 24 s. Si las ratas de frenado y de aceleración del auto son iguales, hallar su valor.

$$x = vt + \frac{1}{2}gt^2$$

$$120 = 16 * 12 + \frac{1}{2}a * 12$$

$$a = -1$$

$$x = vt - \frac{1}{2}gt^2$$

$$120 = 16 * 12 - \frac{1}{2}a(12)^2$$

$$a = 1$$

11. Un malabarista desea tener simultáneamente tres bolas en el aire al mismo tiempo. Si lanza una bola cada 0,4 s, ¿cuánto dura cada bola en el aire?, ¿con qué velocidad inicial debe lanzar cada bola?

$$v_f = v_0 - gt$$
$$0 = v_0 - 9{,}8 * 0.6$$
$$v_0 = 5{,}88$$

$$t = 0{,}4 * 3$$

$$t = 1{,}2$$

12. Se lanza un balón verticalmente hacia arriba con velocidad vo . Un tiempo T después y desde la misma posición se lanza un segundo balón, también verticalmente hacia arriba y con la misma velocidad vo . Calcular al cuánto tiempo, medido a partir del lanzamiento del segundo balón, ocurre la colisión entre ellos.

$$y_1 = v(t_2 - T) - \frac{1}{2}a(t_2 - T)^2$$

$$y_2 = vt_2 - \frac{1}{2}a(t_2)^2$$

$$y_1 = y_2$$

$$vt_2 - vT - \frac{1}{2}a(t_2 - T)^2 = vt_2 - \frac{1}{2}a(t_2)^2$$

$$-vT + \frac{1}{2}a((t_2)^2 - 2(t_2)^2T + T^2 - (t_2)^2)$$

$$2(t_2)^2T - T^2 = \frac{2vT}{a}$$

$$t_2 = \frac{v}{a} + \frac{T^2}{2}$$

13. Se lanza un objeto verticalmente hacia arriba. El objeto pasa por una cierta altura H, medida respecto al punto de lanzamiento, en el instante t1 cuando va subiendo y en el instante t 2 cuando viene bajando. Demuestre que;

a. la velocidad de lanzamiento es $v = \frac{1}{2}g(t_1 + t_2)$

b. la altura H es, $h = \frac{1}{2}gt_1t_2$

c. la altura máxima alcanzada por el objeto es $h_{max} = \frac{g}{8}(t_1 + t_2)^2$

$$x = vt_1 - \frac{1}{2}g(t_1)^2$$

$$x = vt_2 - \frac{1}{2}g(t_2)^2$$

$$vt_1 - \frac{1}{2}g(t_1)^2 = vt_2 - \frac{1}{2}g(t_2)^2$$

$$vt_1 - vt_2 = \frac{1}{2}g(t_1)^2 - \frac{1}{2}g(t_2)^2$$

$$v(t_1 - t_2) = \frac{1}{2}g * (t_1 + t_2)(t_1 - t_2)$$

$$v = \frac{1}{2}g(t_1 + t_2)$$

$$h = vt_1 — \frac{1}{2}g(t_1)^2$$

$$h = \frac{1}{2}g(t_1 + t_2)t_1 - \frac{1}{2}g(t_1)^2$$

$$h = \frac{1}{2}gt_1t_2$$

$$h_{max} = \frac{v^2}{2g}$$

$$h_{max} = \frac{\left(\frac{1}{2}g(t_1 + t_2)\right)^2}{2g}$$

$$h_{max} = \frac{1}{8}(t_1 + t_2)$$

Velocidades relativas

1. El piloto de un avión desea volar a una ciudad 400 km al noroeste de su origen. Si sopla un viento de 50 km/h en dirección sur 75° este y el avión puede volar a 250 km h (respecto al aire), ¿en qué dirección debe ponerse el avión para el viaje y cuánto tarda éste?

$$\frac{\sin 150}{250} = \frac{\sin \propto}{50}$$

$$\sin \propto = \frac{\sin 150 * 50}{250}$$

$$\propto = \sin^{-1} \frac{\sin 150 * 50}{250}$$

$$\propto \approx 5.74$$

$$45 + 5.74 = N5\ 0.74\ O$$

$$t = \frac{e}{v_{at}}$$

$$t = \frac{400}{205,44}$$

$$t = 1,95\ h$$

2. Un hombre que viaja en un bus mientras llueve, observa que, cuando el bus está en reposo respecto a tierra, las marcas que dejan las gotas en la ventanilla forman un ángulo de 30° con la vertical y hacia atrás del bus. Pero cuando el bus se mueve a 10 m/s, las huellas de las gotas forman un ángulo de 60° con la vertical. Calcular la magnitud de la velocidad de las gotas de lluvia respecto a tierra.

$$v_{gb} = v_{gt} - v_{bt}$$

$$v_{gb} = -v_{gb} \cos 60(j) - v_{gb} sen\ 60\ (i)$$

$$v_{gt} = -v_{gt} cos30(j) - v_{gt} sen\ 30(i)$$

$$v_{bt} = 10\ (i)$$

$$-v_{gb} \cos 60(j) - v_{gb} sen\ 60\ (i)\ = v_{gt} cos30(j) - v_{gt} sen\ 30(i) - 10$$

Componentes en i

$$v_{gb} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{v_{gt}}{2} + 10(1)$$

Componentes en j

$$\frac{v_{gb}}{2} = v_{gt} \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$v_{gb} = v_{gt}\sqrt{3}$ (2)

Remplazar 2 en 1

$$\frac{\sqrt{3} * \sqrt{3}v_{gt}}{2} - \frac{1v_{gt}}{2} = 10$$

$$v_{gt} = 10\frac{m}{s}$$

Parabólico

Un defensa de un equipo de fútbol hace un saque de puerta comunicándole al balón una velocidad de 20 ms–1 en una dirección de 40° con la horizontal. Un jugador del equipo contrario, que se encuentra a 60 m del punto de lanzamiento y en el plano de la trayectoria del balón, empieza a correr en el preciso instante en que el defensa hace el saque. El jugador desea hacer un rechazo de cabeza y puede saltar a una altura de 2.1 m.
a) Calcule el tiempo entre el saque y el rechazo,

b) ¿Qué distancia debe recorrer el jugador para hacer el rechazo y cuál debe ser entonces

su velocidad media?

a) x=vtcos(40)

   2,1=vtsen(40)- $\frac{1}{2}gt^2$

   X=vt'cos(40)

   X=20(2.44)cos(40)

   =37.54

$4.9t^2$-20sen(40)+ 2.1 =0

$$x = \frac{20\sin 40 \pm \sqrt{20\sin 40^2 - 4(4.9)2.1}}{2(4.9)}$$

t´ = 2.44

t''=0.175

b) 60-37.54=22.46m

2.Un esquiador salta de una pendiente de 30° a 20 m s–1 y cae sobre otra pendiente de 45°

como se muestra en la figura. Determine:

a) la distancia d al punto P en que cae,

b) la magnitud de la velocidad con que cae al punto P y el ángulo que esa velocidad
forma con la pendiente de 45°.

a) dcos(45)=vtcos(30)
   -4-dsen(45)=-vtsen(30) - $\frac{1}{2}gt^2$ (2)
   $\frac{\sqrt{2}}{2}d = 10\sqrt{3}$ t

   Despejamos t y reemplazamos en (2)
   t=$\frac{\sqrt{6}}{60}d$
   -4-d$\frac{\sqrt{2}}{2}$=-10$\frac{\sqrt{6}}{60}d - 4.9\left[\frac{\sqrt{6}}{60}d\right]^2$
   $\frac{4.9}{600}d^2$ - $\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{6}\,d}{6}$-4=0
   $d´$=47.01
   $d" = -10.41$

   b)

   X=20cos(30)t   t =$\frac{\sqrt{6}}{60}47.01$
   X´=20cos(30)=17.32   t=1.92

   Y=-20sen(30)t-4.9t^2
   Y´=-20sen(30)-18.82=-28.82

$$\theta = \tan^{-1}\frac{-28.82}{10\sqrt{3}}$$
$$\theta = 13.99$$

3. Dos proyectiles se lanzan desde el mismo punto, con velocidades iniciales de igual

magnitud e inclinaciones con la horizontal de 45° + α y 45° – α . Demuestre que el
alcance horizontal al nivel de lanzamiento es el mismo para ambos.

Xmax =$\frac{v^2}{g} sen2\theta$

$$\frac{v^2}{g} sen(90+2\alpha) = \frac{v^2}{g} sen(90-2\alpha)$$

Sen90cos2α+cos90sen2α= Sen90cos2α-cos90sen2α

cos2α= cos2α

0= cos2α- cos2α

0=0

4. Se lanza desde el piso una bola con velocidad de 15 m/s y ángulo φ con la horizontal.

a) Calcule el máximo alcance horizontal.

b) Si hay una pared vertical a 18 m del punto de lanzamiento, ¿con qué ángulo debe
lanzarse la bola para golpear la pared lo más alto posible y cuánto vale esa altura?
En el momento en que la bola golpea la pared, ¿está subiendo o bajando?

c) Si además de la pared vertical hay un techo horizontal a 4.5 m de altura sobre el piso,
¿cuál es ahora el punto más alto en el que puede golpearse la pared vertical con la
bola y con qué ángulo debe ésta lanzarse?

a) xmax=$\frac{v^2}{g} sen2\phi$

$$\frac{v^2}{g} cos2\phi = 0$$

$$cos2\phi = 0$$

$$2\phi = 90$$
$$\phi = 45$$

Xmax=$\frac{15^2}{9.8}$sen(90)

Xmax=22.96m

18=vtcosϕ

T= $\frac{18}{v\cos\phi}$

T=1.944

Y= vtsenϕ-$\frac{1}{2}gt^2$

Y=v$\left[\frac{18}{\mathrm{v}\cos\phi}\right]sen\phi$-$\frac{1}{2}g\left[\frac{18}{v\cos\phi}\right]$

Y=$\frac{18\mathrm{sen}\phi}{\mathrm{v}\cos\phi}$-$\frac{1}{2}\frac{g324}{v^2cos^2\phi}$

Y=18tgϕ-$\frac{g324}{v^2cos^2\phi}$

b)[0=$\frac{18}{\cos\phi}$ + $\frac{g324sen\phi}{v^2cos^2\phi}$]$v^2cos^2\phi$

18$v^2cos\phi = g324\sin\phi$

18v^2= g324$\tan\phi$

$\tan\phi$ =$\frac{4050}{g324}$ $\qquad$ $\phi = \tan^{-1}\frac{4050}{g324}$ $\qquad$ $\phi = 51.90$

c)Y=18tgϕ - $\frac{g324}{2v^2cos^2\phi}$=4.42m

5. Desde la base de una colina que forma un ángulo α con la horizontal, se lanza un
proyectil con velocidad vo y ángulo θ .

a) Muestre que el alcance medido sobre la colina es $\frac{2v^2\cos\theta\sin(\theta-\alpha)}{gcos^2\alpha}$

b) Con vo constante, ¿cuál debe ser θ para que dicho alcance sea máximo?

a) d$\cos\theta = vt\cos\alpha$

d$\text{sen}\theta = vt\,\text{sen}\alpha$

t=$\frac{d\cos\alpha}{v\cos\theta}$

d$\text{sen}\alpha = v\left[\frac{d\cos\alpha}{v\cos\theta}\right]\text{sen}\theta -$ - $\frac{1}{2}g\left[\frac{d\cos\alpha}{v\cos\phi}\right]^2$

d$\text{sen}\alpha = \frac{d\cos\alpha\,\text{sen}\theta}{\cos\alpha}$ - g$\frac{d^2\cos\alpha}{2v^2\cos\theta}$

[$\text{sen}\alpha = \frac{\cos\alpha\,\text{sen}\theta}{\cos\theta}$ $-$ g$\frac{d\cos\alpha}{2v^2\cos\theta}$]$\frac{2v^2\cos\theta}{g\cos^2\alpha}$

$\frac{\text{sen}\alpha 2v^2\cos\theta}{g\cos^2\alpha}$=$\frac{\text{sen}\theta\cos\alpha 2v^2}{g\cos\alpha}$ - d

$$\text{d} = \frac{\text{sen}\theta\cos\alpha 2v^2}{g\cos\alpha} - \frac{\text{sen}\alpha 2v^2\cos\theta}{g\cos^2\alpha}$$

d=$\frac{2v^2\cos\theta}{g\cos\alpha}$[$\text{sen}\theta - \frac{\text{sen}\alpha\cos\theta}{\cos\alpha}$]

d=$\frac{2v^2\cos\theta}{g\cos\alpha}$[$\frac{\text{sen}\alpha\cos\theta - \text{sen}\alpha\cos\theta}{\cos\alpha}$]

d=$\frac{2v^2\cos\theta}{g\cos\alpha}$[$\frac{\text{sen}\theta-\alpha}{\cos\alpha}$]

d=$\frac{2v^2}{g}$ $\frac{\cos\theta(\text{sen}\alpha-\theta)}{\cos\alpha}$

b) 0=$\frac{2v^2}{g\cos^2\alpha}$ [$\cos\theta\cos(\theta-\alpha) + \text{sen}\theta\,\text{sen}(\theta-\alpha)$]

0=$\cos(\theta+\theta-\alpha)$

Cos($2\theta-\alpha$)=0

$2\theta - \alpha = 90$

$\theta = \frac{90}{2} + \frac{\alpha}{2}$

Desde el punto A se lanza un cuerpo con velocidad de magnitud vo . ¿Cuál debe ser ∅ para que el alcance L a un nivel h por debajo del punto de lanzamiento sea máximo? Coteje su resultado con el caso bien conocido h = 0.

$l = vt\ cos\emptyset$

$-h = vtsin\emptyset - \frac{1}{2}gt^2$

$t = \frac{l}{bcos\emptyset}$

$-h = v\left(\frac{l}{bcos\emptyset}\right)sin\emptyset - \frac{1}{2}g\left(\frac{l}{bcos\emptyset}\right)^2$

$\left(-h = v\left(\frac{l}{bcos\emptyset}\right)sin\emptyset - \frac{1}{2}g\left(\frac{l}{bcos\emptyset}\right)^2\right) * \frac{2v^2(cos\emptyset)^2}{g}$

$\frac{-h2v^2(cos\emptyset)^2}{g} = \frac{l\sin\emptyset\ cos\emptyset\ 2v^2}{g} - l^2$

$l^2 - \frac{lsin\ 2\emptyset\ v^2}{g} - \frac{h2v^2\ (cos\emptyset)^2}{g} = 0$

$2ll' - \frac{v^2}{g} * (2lcos\ 2\emptyset + l'\sin 2\emptyset) + \frac{h2v^2}{g} * (2\cos\emptyset\sin\emptyset) = 0$

$l'\left\{2l - \frac{v^2}{g}\sin 2\emptyset\right\} - \frac{v^2}{g} * (2lcos\ 2\emptyset) + \frac{2hv^2}{g}(2\cos\emptyset\sin\emptyset) = 0$

$$\frac{v^2}{g} * (2l\cos 2\emptyset) = \frac{2hv^2}{g} * \sin 2\emptyset$$

$$l = \frac{h \sin 2\emptyset}{\cos 2\emptyset}$$

$$-h = \left(\frac{h^2\ (\sin 2\emptyset)^2}{(\cos 2\emptyset)^2}\right) - \frac{1}{2} g \frac{\left(\frac{h^2\ (\sin 2\emptyset)^2}{(\cos 2\emptyset)^2}\right)^2}{v^{2(\cos\emptyset)^2}}$$

$$\left(-h = \left(\frac{h^2\ (\sin 2\emptyset)^2}{(\cos 2\emptyset)^2}\right) - \frac{gh^2(\sin 2\emptyset)^2}{2v^2(\cos 2\emptyset)^2\ (\cos\emptyset)^2}\right) * 2v^2(\cos 2\emptyset)^2\ (\cos\emptyset)^2$$

$$-h\ 2\square^2(\cos 2\emptyset)^2\,(\cos\emptyset)^2 = h\sin 2\emptyset * 2\sin\emptyset\cos 2\emptyset\cos\emptyset\ \square^2 - \square h^2(\sin\emptyset)^2$$

$$\square h^2(\sin\emptyset)^2 - h\sin 2\emptyset * 2\sin\emptyset\cos 2\emptyset\cos\emptyset\ \square^2 + 2h\square^2(\cos 2\emptyset)^2\,(\cos\emptyset)^2 = 0$$

$$4h\square(\sin\emptyset)^2 - \ 2\square^2\ \cos 2\emptyset\left(2(\sin\emptyset)^2 + \cos 2\emptyset\right) = 0$$

$$4h\square(\sin\emptyset)^2 - 2\square^2\cos 2\emptyset = 0$$

Identidad trigonométrica

$$\cos 2\emptyset = (\cos\emptyset)^2 - (\sin\emptyset)^2$$

$$4h\square(\sin\emptyset)^2 - 2\square^2\left[(\cos\emptyset)^2 - (\sin\emptyset)^2\right] = 0$$

$$2h\square(\sin\emptyset)^2 - \square^2 * \left(1 - (\sin\emptyset)^2 - (\sin\emptyset)^2\right) = 0$$

$$2h\square(\sin\emptyset)^2 = \square^2 * \left(1 - 2(\sin\emptyset)^2\right)$$

$$\frac{2h\square(\sin\emptyset)^2}{\square^2} + \left(2(\sin\emptyset)^2\right) = \ 1$$

$$2\left(\frac{h\square}{\square^2} + 1\right) = \frac{1}{(\sin\emptyset)^2}$$

$$\sin\emptyset = \left[2\left(\frac{h\square}{\square^{2}}+1\right)\right]^{\frac{-1}{2}}$$

7. Con un proyectil se apunta directo a un cuerpo P. Si en el instante del disparo del proyectil se deja caer el cuerpo, demuestre que habrá colisión entre ambos.

$$\square = \square_0\square\ \square\ \square - \square\frac{1}{2}\square gt^2$$
$$0 = -d + v_0 cos\theta t$$
$$t = \frac{d}{v_0 cos\theta}$$

Coordenadas del punto P
(d, dtagθ)

$y = \frac{dsen\theta}{cos\theta} - \frac{1}{2}g\left(\frac{d}{{v_0}^2 cos\theta}\right)^2$ $\qquad$ $x_p = dtag\theta - \frac{1}{2}gt^2$

Ecuación de espacio en el eje y del proyectil   ecuación de espacio del cuerpo P

$y = dtag\theta - \frac{1}{2}g\left(\frac{d}{{v_0}^2 cos\theta}\right)^2$ $\qquad$ $x_p = \ dtag\theta - \frac{1}{2}g\left(\frac{d}{{v_0}^2 cos\theta}\right)^2$

Las ecuaciones de espacio en el eje y son iguales por lo tanto va a existir colisión

Circular

Dinamica

1.Dos bloques de masas M y m (M > m) reposan sobre una mesa horizontal lisa. Si se
empuja con una fuerza horizontal F, hallar la aceleración y la fuerza de contacto entre los bloques. Si ahora la fuerza F se aplica sobre el bloque m y hacia la izquierda, ¿la fuerza
de contacto entre los bloques será mayor o menor?
n = fuerza de contacto (acción y reacción)

a. La fuerza se le aplica a M

$\sum f_x = Ma$ $\qquad$ $\sum f_x = ma$

$f - n = Ma$ $\qquad$ $n = ma$

$f-n=\frac{Mn}{m}$ $\qquad$ $a=\frac{n}{m}$

$f=n\left(1+\frac{M}{m}\right)$

$n=\frac{mf}{m+M}$ $\qquad$ $a=\frac{f}{m+M}$

b. La fuerza se le aplica a m

$\sum f_x = Ma$

$n = Ma$

$a=\frac{n}{M}$

$\sum f_x = ma$

$f-n=ma$

$f=\frac{mn}{M}+n$

$n\left(1+\frac{m}{M}\right)=f$

$n=\frac{Mf}{m+M}$

La fuerza de contacto es mayor porque Mf > mf

2.Bloques de masas m y 2m. Polea ideal. Planos inclinados lisos. Hallar las aceleraciones de los bloques y la tensión de la cuerda.

$$\frac{\sin 90}{5}=\frac{\sin \propto}{3}$$

$\propto=\sin^{-1}\frac{3\sin 90}{5}$ $\qquad$ $\propto=36.87\ \beta=53.13$

$PARA\ m$

$\sum F_X = ma$ $\qquad$ $\sum F_y = 0$

$T-mg\sin\propto=ma$ (1) $\qquad$ $N=mg\cos\propto$

$PARA\ 2m$

$\sum F_X = 2ma$ $\qquad$ $\sum F_y = 0$

$-T + 2mg\sin\beta = 2ma$ (2) $N = mg\cos\beta$

Despejamos T de (1) reemplazamos en (2)

$T = ma + mg\sin\propto$ $-ma - mg\sin\propto + 2mg\sin\beta =$
$2ma$

$3ma = mg(-\sin\propto$
$+2\sin\beta)$

$a = \frac{g}{3}$

La tensión

$T = mg + mg\sin\propto$

$T = mg\left(\frac{1}{3} + \sin\propto\right)$ $T = \left(\frac{14}{15}\right)mg$

3.Desde la base de un plano inclinado 45°, se lanza hacia arriba un bloque con una cierta
velocidad inicial. Sube hasta un punto y regresa al punto inicial. Si el tiempo de bajada
es el doble del tiempo de subida, hallar el coeficiente dinámico de fricción entre el bloque
y el plano.

$PARA\ m$

$\sum F_X = ma$ $\sum F_y = 0$

$-\mu N + mg\cos\theta = ma$ $N - mg\sin\theta = 0$

$N = mg\frac{\sqrt{2}}{2}$

$-\mu mg\frac{\sqrt{2}}{2}+mg\frac{\sqrt{2}}{2}=ma$

$-mg\frac{\sqrt{2}}{2}(1+\mu)=ma$

$a=-g\frac{\sqrt{2}}{2}(1+\mu)$

$X=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2$

$v_f=v_0-at$

$at=v_0$

$X=v_0t+\frac{1}{2}\left(-g\frac{\sqrt{2}}{2}(1+\mu)\right)t^2$

$X=at^2-\frac{1}{2}at^2$

$X=at^2+\frac{1}{2}\left(-g\frac{\sqrt{2}}{2}(1+\mu)\right)t^2$

$X=\frac{1}{2}\left(g\frac{\sqrt{2}}{2}(1+\mu)\right)t^2$(1)

Ahora cuando baja

$a_b=g\frac{\sqrt{2}}{2}(1-\mu)$

$X=\frac{1}{2}a_b2t^2$

$X=\frac{1}{2}\left(g\frac{\sqrt{2}}{2}(1-\mu)\right)4t^2$

$X=g\sqrt{2}(1-\mu)t^2$(2)

Ahora (1)=(2)

$$g\sqrt{2}(1-\mu)t^2=\frac{1}{2}\left(g\frac{\sqrt{2}}{2}(1+\mu)\right)t^2$$

$1+\mu=4-4\mu$

$5\mu=3$

$\mu=\frac{3}{5}$

4. Un hombre de 70 kg se eleva a sí mismo, junto con la plataforma de 10 kg en la que está parado, mediante el arreglo de cuerda y polea ideales mostrado, con una aceleración de
1 m s–2 .

Realice los diagramas de fuerzas de los siguientes sistemas: la polea, la plataforma (no
tenga en cuenta los efectos de rotación que pueda tener), el hombre y el sistema conjunto
hombre-plataforma.
Halle las tensiones en las cuerdas A y B y la fuerza de contacto entre el hombre y la plataforma.

$para\ la\ polea$

$\sum F_y = 0$
$T_a = 2T_b$

para la plataforma

$\sum F_y = 0$
$T_b - mg -_{N_{hp}}$

5. Una cuerda de 10 kg de masa está suspendida verticalmente de un gancho que
resiste hasta 600 N sin romperse. ¿Cuál es la mínima aceleración con la que debe
deslizarse un hombre de 60 kg por la cuerda para que el gancho no se rompa?

$m_{c=10kg}$

$r_{max=600N}$

$m_{h=60kg}$

$m_{t=70kg}$

Para el gancho

$$\sum Fy = ma$$

$$m_t g - N = m_h a$$

Reemplazamos

$$\frac{70(9.8)}{60} - \frac{600}{60} = a_{min}$$

$a_{min=1.43\frac{m}{s^2}}$

6. A un pequeño bloque se le da una velocidad inicial vo medida a lo largo del suelo de un
ascensor que se mueve con una aceleración a hacia abajo. Debido al rozamiento, el
bloque se mueve una distancia s1 , medida a lo largo del suelo del ascensor, y se detiene.
Se repite el experimento con la misma velocidad inicial relativa al suelo, cuando el
ascensor tiene una aceleración hacia arriba de igual valor a, y el bloque se desliza una
distancia más corta s2 . Muestre que el valor de las aceleraciones del ascensor es:

$$a = g\frac{(s1 - s2)}{s1 + s2}$$

Bajando

$$\sum f = 0$$

$$F_{fic} - \mu N_b = 0$$

$$ma' = \mu N_b$$

$$mg - N_b = ma \qquad V_f^2 - V_i^2 = -2a's_1$$

$$mg - \frac{ma'}{M} = ma \qquad a' = \frac{V_i^2}{2s_1}$$

$$a = g - \frac{a'}{\mu}$$

$$a = g - \frac{V_i^2}{2\mu s_1} \quad (1)$$

Subiendo

$$F_{fic} - \mu N_s = 0$$

$$ma'' = \mu N_s$$

$$N_s - mg = ma \qquad V_f^2 - V_i^2 = -2a's_2$$

$\frac{ma''}{M} - mg = ma$ $\qquad\qquad$ $a'' = \frac{V_i^2}{2s_2}$

$a = \frac{V_i^2}{2\mu s_2} - \ g$ (2)

Igualamos 1 y 2

$$g - \ \frac{V_i^2}{2\mu s_1} = \frac{V_i^2}{2\mu s_2} - \ g$$

$$2g = \frac{V_i^2}{2\mu}\left[\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_1}\right]$$

$$\mu = \frac{V_i^2}{4g}\left[\frac{s_1 + s_2}{s_1 s_2}\right]$$

Reemplazamos el μ en 1

$$a = g - \frac{V_i^2}{2s_1 \frac{V_i^2}{4g}\left[\frac{s_1 + s_2}{s_1 s_2}\right]}$$

$$a = g - \frac{2s_2}{s_1 + s_2} g$$

$$a = g\frac{(s1 - s2)}{s1 + s2}$$

7.

Poleas ideales.
a) Plantear las condiciones de ligadura y las ecuaciones de movimiento para m1, m2 , m3 y P. ¿Es un problema con cuántas y cuáles incógnitas?

b) Si m1 = 4 , m2 = 1, m3 = 2 (unidades SI), calcular las aceleraciones respecto al marco inercial de esas tres masas en términos de g. Calcular además las
aceleraciones relativas de m2 y m3 respecto a P (centro de la polea móvil).
Chequeo: tienen que ser iguales en magnitud y de sentido contrario.

Para m1

$T_1 - m_1 g = m_1 a_1$

Para m2

$m_2 g - T_2 = m_2 a_2$

Para m3

$m_3 g - T_2 = m_3 a_3$

Para la polea

$2T_2 - T_1 = 0$

$T_1 = 2T_2$

Despejamos las aceleraciones

$a_1 = \frac{2T_2}{m_1} - g$

$a_2 = g - \frac{T_2}{m_2}$

$a_3 = g - \frac{T_2}{m_3}$

Ecuación de Ligadura

$l_1 = y_1 - (h - y_p)$

$v_1 - v_p$

$a_1 = a_p$

$l_2 = y_p - y_3 + y_p - y_2$

$2v_p - v_3 - v_2$

$2a_p = a_3 + a_2$

$2a_1 = a_2 + a_3$

Reemplazamos las aceleraciones

$$\frac{4T_2}{m_1}2g = g - \frac{T_2}{m_2} + g - \frac{T_2}{m_3}$$

$$\frac{4T_2}{m_1} + \frac{T_2}{m_2} + \frac{T_2}{m_3} = 2g + g + g$$

$$T_2\left(\frac{4}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3}\right) = 4g$$

$$T_2 = \frac{8}{5}g$$

Procedemos a calcular las aceleraciones

$$a_1 = \frac{g}{5}$$

$$a_2 = \frac{-3g}{5}$$

$$a_2 = \frac{g}{5}$$

8. Un bloque de masa m está colocado encima de una plataforma de masa 2m, la cual puede
deslizar sin fricción sobre un piso horizontal. El coeficiente de fricción, tanto estático
como dinámico, entre el bloque y la plataforma es $\frac{1}{3}$
a) Hallar la máxima fuerza F que puede actuar sobre la plataforma para que el bloque
no deslice respecto a ella.

b) Si la fuerza sobre la plataforma es ahora el doble de esa máxima, hallar las aceleraciones del bloque y la plataforma respecto al marco inercial.

c) Si parten del reposo y la plataforma mide L, ¿al cuánto tiempo se caerá el bloque de
la plataforma?

Para m

$$\sum fy = 0$$
$$N - mg = 0$$
$$\sum fx = ma$$
$$Fr = ma$$
$$\mu mg = ma$$
$$\mu g = a$$

Para 2m

$$\sum fy = 0$$

$$N - mg = 0$$

$$\sum fx = 2ma$$
$$F - Fr = 2ma$$
$$F - \mu N = 2ma$$
$$F = \mu mg + 2\mu g$$

a)

$$F_{MAX} = 3\mu mg$$

$$F = mg$$
$$2F - \mu N = 2ma$$
$$2mg - \mu mg = 2ma$$
$$2g - \frac{1}{3}g = 2a$$

b)

$$a = \frac{5}{6}g$$
$$\mu mg = ma$$
$$a = \frac{1}{3}g$$
$$a = \frac{9}{3}$$

c)

$$L = L_0 + V_0 t + \frac{1}{2}gt^2$$
$$L = \frac{1}{2}gt^2$$

$$t = 2\sqrt{\frac{l}{g}}$$

9.Una cuerda uniforme de masa m y longitud l se ata a un bloque de masa M que se
encuentra sobre un piso horizontal liso, y se jala del otro extremo con una fuerza F.
Halle la tensión a una distancia *x* del extremo de la cuerda. No tenga en cuenta el efecto
del peso de la cuerda.
Sugerencia: sistema conjunto y luego trozo de cuerda

$\sum f_x = (M+m)\,a$ $\qquad\qquad$ $m \longrightarrow L$

$F = (M+m)a \qquad a = \frac{F}{(M+m)}$ $\qquad\qquad$ $\Delta m \longrightarrow x$

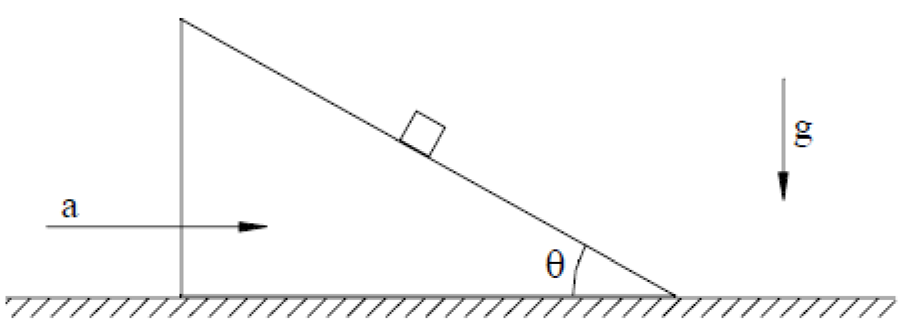
$$\Delta m = \frac{mx}{L}$$

$$F - T = \Delta m a$$

$$F - T = \frac{mx}{L}\left(\frac{F}{(M+m)}\right)$$

$$T = F\left(1 - \frac{m}{M+m}\left(\frac{x}{L}\right)\right)$$

10. La cuña se mueve con aceleración a por un piso horizontal. El coeficiente estático de fricción entre el bloque y la cuña es μ . Suponga que tan θ > μ , de modo que si la cuña estuviese en reposo, el bloque deslizaría por ella. Encuentre la mínima aceleración que debe dársele a la cuña para que el bloque no se deslice.



$$\sum fy = 0$$

$$N(\cos\theta + \mu\, sin\theta\,) = mg$$

$$n = \frac{mg}{(\cos\theta + \mu\ sin\theta\ )}$$

$$\sum fx = ma_{min}$$

$$N(\sin\theta - \mu\cos\theta) = ma_{min}$$

Remplazamos la normal en la ecuación

$$\frac{mg(\sin\theta - \mu\cos\theta)}{(\cos\theta + \mu\ sin\theta\ )} = ma_{min}$$

$$\frac{g(\sin\theta - \mu\cos\theta)}{(\cos\theta + \mu\ sin\theta\ )} = a_{min}$$

$$g\left(\frac{\cos\theta\,(\tan\theta - \mu)}{\cos\theta(1 + \mu\tan\theta)}\right) = a_{min}$$

$$g\left(\frac{\tan\theta - \mu}{1 + \mu\tan\theta}\right) = a_{min}$$

Máxima aceración

$$\sum fx = ma_{max}$$

$$N\ s\ in\ \theta + \mu\,\mathrm{N}\cos\theta = a_{min}$$

$$\frac{mg(\sin\theta+\mu\cos\theta)}{\cos\theta} = ma_{max}$$

$$g\left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\mu\cos\theta}{\cos\theta}\right) = ma_{max}$$

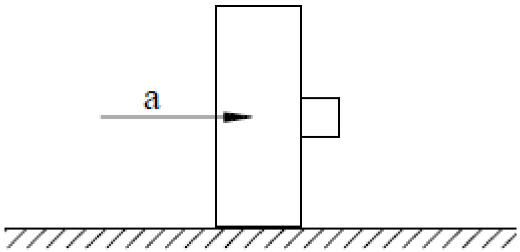
$$g(\tan\theta + \mu) = ma_{max}$$

$$\sum fy = 0$$

$$N\cos\theta - mg = 0$$

$$N = \frac{mg}{\cos\theta}$$

Estudie de manera independiente la aceleración mínima que debe dársele al bloque grande para que el bloque pequeño no se deslice, en la siguiente situación:



$\sum f_y = 0$ $\qquad\qquad$ $\sum f_x = ma$

$\mu N = mg$ $\qquad\qquad$ $N = ma$

$\mu ma = mg$

$\mu a = g$ $\qquad\qquad$ $a = \frac{g}{\mu}$

11.Asuma que m1 y m2 están deslizando con coeficiente dinámico de fricción μ y que
cuerda y poleas son ideales.

a) Elija con claridad orígenes y ejes para los movimientos de m1 , m2 y m3 . (m3 desciende solidariamente con el eje de la polea móvil, de modo que pueden ser tratados como un solo cuerpo de masa m3). Plantee la condición de ligadura y las
ecuaciones de movimiento.

b) Halle la tensión T en la cuerda.

Para m1

$$\sum fy = 0$$

$N = m_1 g$

$$\sum fx = m_1 a_1$$

$$T - \mu m_1 g = m_1 a_1 \quad (1)$$

$$a_1 = \frac{T}{m_1} - \mu g$$

Para m2

$$\sum fy = 0$$

$$N - m_2 g = 0$$

$$\sum fx = m_2 a_2$$

$$T - \mu m_2 g = m_2 a_2 \quad (2)$$

$$a_2 = \frac{T}{m_2} - \mu g$$

Para m3

$$\sum fx = m_3 a_3$$

$$m_3 g - 2T = m_3 a_3 \quad (3)$$

$$a_3 = g - \frac{2T}{m_3}$$

$$\frac{T}{m_1} + \frac{T}{m_2} + \frac{4T}{m_3} = 2\mu g + 2g$$

$$T\left(\frac{1}{2m_1} + \frac{1}{2m_2} + \frac{2}{m_3}\right) = g(\mu + 1)$$

Ecuación de Ligadura

$$Li = y_1 + y_2 + 2(h - y_3)$$

$$= v_1 + v_2 - 2v_3$$

$$a_1 + a_2 = 2a_3 \quad (4)$$

$$\left(\frac{T}{m_1} - \mu g \frac{T}{m_2} - \mu g\right) = 2\left(g - \frac{2T}{m_3}\right)$$

$$T\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{4}{m_3}\right) = 2g(\mu + 1)$$

$$T = \frac{g(\mu+1)}{\frac{1}{2m_1} + \frac{1}{2m_2} + \frac{2}{m_3}}$$

1. Una masa m gira en un círculo horizontal con velocidad angular constante ω , sostenida de un eje vertical por dos cuerdas de igual longitud l y ángulos θ con dicho eje. Hallar las tensiones en las cuerdas.

$$\sum fn = m\frac{v^2}{r}$$
$$t_s\, sin\,\theta + t_i \sin\theta = m\frac{v^2}{r}$$
$$t_s\, sin\,\theta + t_i \sin\theta = m\omega^2 r$$
$$r = lsin\,\theta$$
$$t_s\, sin\,\theta + t_i \sin\theta = m\omega^2 lsin\,\theta$$
$$t_s + t_i = m\omega^2 l \text{ (1)}$$
$$\sum fz = 0$$
$$t_s \cos\theta - t_i \cos\theta - mg = 0 \text{ (2)}$$
$$ecuación\ 1\ por\ \cos\theta + 2$$
$$t_s \cos\theta + t_i \cos\theta = m\omega^2 l\, cos\theta$$
$$\underline{t_s \cos\theta - t_i \cos\theta = mg} \quad +$$
$$2t_s \cos\theta = m(\omega^2 lcos\,\theta + g)$$
$$t_s = \left(\omega^2 l + \frac{g}{\cos\theta}\right)\frac{m}{2}$$

Remplazar en la ecuación 1

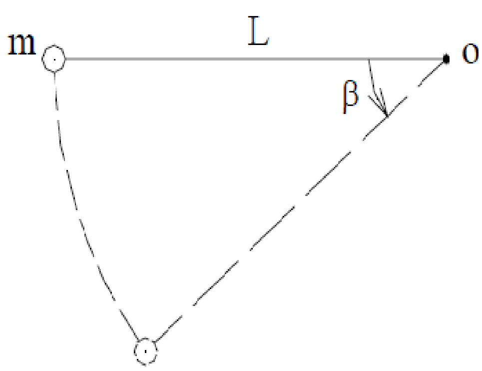
$$\left(\omega^2 l+\frac{g}{\cos\theta}\right)\frac{m}{2}+t_i=m\omega^2 l$$

$$t_i=-\frac{m\omega^2 l}{2}-\frac{gm}{2\cos\theta}+m\omega^2 l$$

$$t_i=\left(\omega^2 l-\frac{g}{\cos\theta}\right)\frac{m}{2}$$

Trabajo y energía

1.Una partícula de masa m, sujeta a una cuerda de longitud L con un extremo fijo en O, se
suelta desde el reposo en una posición horizontal. Si la cuerda se rompe cuando la
tensión es dos veces el peso de m, hallar el ángulo β en el que esto sucede y la velocidad
de m en ese instante.



$$E_{mi}=E_{mf}$$

$mgh=\frac{1}{2}mv_f{}^2$ $\qquad\qquad$ $\sin\beta=\frac{h}{L}$ $\qquad\qquad$ $h=L\sin\beta$

$mg\,\mathrm{Lsin}\,\beta = \frac{1}{2}mv_f{}^2$ $v_f{}^2 = \ 2\mathrm{Lgsin}\beta$ (1)

$\sum f_N = m\frac{v_f{}^2}{L}$ $T = 2mg$

$T - \sin\beta mg = m\frac{v_f{}^2}{L}$

$2mg - \sin\beta mg = m\frac{v_f{}^2}{L}$

$2g - \sin\beta g = \frac{v_f{}^2}{L}$ $v_f{}^2 = Lg(2 - \sin\beta)$

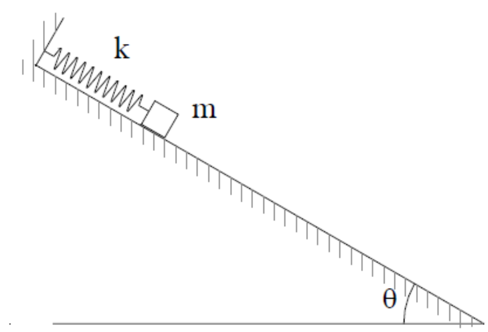
Reemplazamos $v_f{}^2$ en (1)

$2\mathrm{Lgsin}\beta = Lg(2 - \sin\beta)$

$2\mathrm{sin}\beta = 2 - \sin\beta$

$3\mathrm{sin}\beta = 2$ $\mathrm{sin}\beta = \frac{2}{3}$ $\beta = \sin^{-1}\frac{2}{3}$

2.Un bloque de masa m unido a un resorte de constante k, se suelta desde la longitud
natural y baja deslizando por un plano inclinado rugoso. Si el coeficiente dinámico de
fricción entre el bloque y el plano es μ , hallar la máxima elongación del resorte



$W_t = K_f - K_i$ $W_t = 0$

$W_{mg} + W_{fe} + W_{fr} = 0$

$mg\sin\theta d - \frac{1}{2}kd^2 - \mu mg\cos\theta d = 0$

$mg\sin\theta - \mu mg\cos\theta = \frac{1}{2}kd$

$d = \dfrac{2mg}{k}(\sin\theta - \mu\cos\theta)$

$chequeo: \theta = 45°$

$d = \frac{2mg}{k}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \mu\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \qquad d = \frac{mg\sqrt{2}}{k}(1-\mu)$

3. Un tobogán liso en un plano vertical está formado por dos tramos de cuarto de círculo
unidos por un tramo recto BC como se muestra en la figura.
a) Si desde la posición A se suelta un pequeño bloque con θ = 45°, ¿para cuál ángulo
∅ se despega del tobogán?

$E_{mi} = E_{mf}$

$mgh = \frac{1}{2}m{v_d}^2 \qquad \sum f_N = m\frac{{v_d}^2}{R}$

$h = R - R\cos\theta + R - R\cos\emptyset \qquad mg\cos\emptyset - N = m\frac{{v_d}^2}{R}$

$h = R(2-\cos\theta-\cos\emptyset)$ en el punto d la normal va ser cero

$mgR(2-\cos\theta-\cos\emptyset) = \frac{1}{2}m{v_d}^2$ (1) $\qquad Rg\cos\emptyset = {v_d}^2$

Reemplazamos ${v_d}^2$ en (1)

$mgR(2-\cos\theta-\cos\emptyset) = \frac{1}{2}mRg\cos\emptyset$

$(2-\cos\theta-\cos\emptyset) = \frac{1}{2}\cos\emptyset$

$4 - 2\cos\theta - 2\cos\emptyset = \cos\emptyset$

$4 - \sqrt{2} = 3\cos\emptyset$

$\frac{4-\sqrt{2}}{3} = \cos\emptyset \qquad \emptyset = \cos^{-1}\left(\frac{4-\sqrt{2}}{3}\right) \qquad \emptyset = 30.5$

b)¿Desde qué ángulo θ debe soltarse para que se despegue del tobogán en C?

$E_{mi} = E_{mf}$

$mgh = \frac{1}{2}m{v_c}^2 \qquad h = R - R\cos\theta$

$mgR - R\cos\theta = \frac{1}{2}m{v_c}^2 \qquad \sum f_N = m\frac{{v_c}^2}{R}$

$mgR(1-\cos\theta) = \frac{1}{2}m{v_c}^2 \qquad mg - N = m\frac{{v_c}^2}{R}$

$Rg = {v_c}^2$

Reemplazamos $v_c{}^2$

$mgR(1-\cos\theta)=\frac{1}{2}mRg \qquad 1-\cos\theta=\frac{1}{2} \qquad \cos\theta=-\frac{1}{2} \qquad \theta=60°$

4. Una partícula sujeta al extremo de una cuerda gira describiendo un círculo vertical.

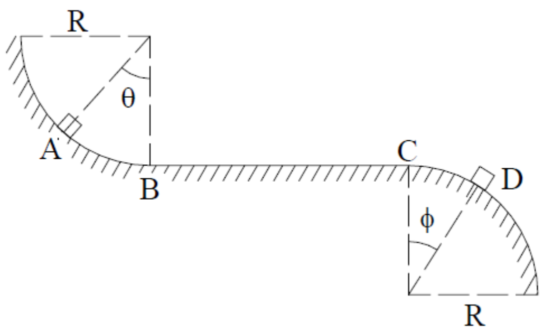
Muestre que la diferencia de tensiones entre el punto más bajo y,

a) el punto más alto, es seis veces el peso de la partícula,

b) un punto con la cuerda horizontal, es tres veces el peso.

1513

$T_b - T_a = 6mg$



A.

Para la partícula arriba

$\sum f_N = m\frac{v_a{}^2}{R}$

$t_a + mg = m\frac{v_a{}^2}{R}$

$t_a = m\frac{v_a{}^2}{R} - mg$

para la partícula abajo

$\sum f_N = m\frac{v_b{}^2}{R}$

$t_b - mg = m\frac{v_b{}^2}{R}$

$t_b = m\frac{v_b{}^2}{R} + mg$

$$t_b - t_a = m\frac{v_b{}^2}{R} + mg - m\frac{v_a{}^2}{R} + mg$$

$t_b - t_a = \frac{m}{R}(v_b{}^2 - v_a{}^2) + 2mg$ (1)

$E_{ma} = E_{mb}$

$$2mgR + \frac{1}{2}mv_a{}^2 = \frac{1}{2}mv_b{}^2$$

$4gR = v_b{}^2 - v_a{}^2$ (2)

Remplazar 2en 1

$$t_b - t_a = \frac{m}{R}(4gR) + 2mg$$

$t_b - t_a = 6mg$

B.

Para la partícula arriba

$\sum f_N = m\frac{{v_a}^2}{R}$

$t_a + mg = m\frac{{v_a}^2}{R}$

$t_a = m\frac{{v_a}^2}{R} - mg$

para la partícula baja

$\sum f_N = m\frac{{v_h}^2}{R}$

$t_b = m\frac{{v_h}^2}{R}$

$t_b = m\frac{{v_h}^2}{R}$

$$t_b - t_a = m\frac{{v_h}^2}{R} - m\frac{{v_a}^2}{R} + mg$$

$t_b - t_a = \frac{m}{R}({v_h}^2 - {v_a}^2) + mg$ (1)

$$E_{ma} = E_{mb}$$

$$mgR + \frac{1}{2}m{v_a}^2 = \frac{1}{2}m{v_h}^2$$

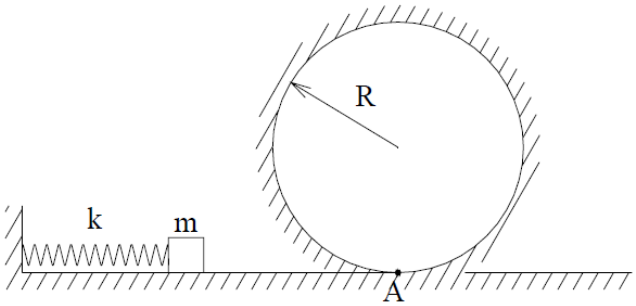
$2gR = {v_b}^2 - {v_a}^2$ (2)

Remplazar 2 en 1

$$t_b - t_a = \frac{m}{R}(2gR) + mg$$

$$t_b - t_a = 3mg$$

5. Mediante la compresión de un resorte se dispara un bloque que desliza por una pista sin fricción con un rizo o bucle vertical. Hallar la mínima velocidad necesaria en A para recorrer todo el rizo y la mínima compresión requerida en el resorte.



$E_{ma} = E_{mb}$

$2mgR + \frac{1}{2}mv_b{}^2 = \frac{1}{2}mv_a{}^2$ (1)

Para hallar la velocidad en el punto b(parte alta) se hace por dinámica.

$$N + mg = \frac{mv_b{}^2}{R}$$

La normal en el punto b tiende a cero

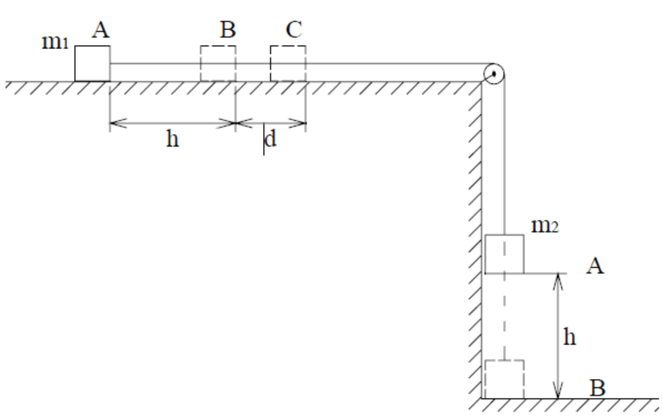
$Rg = v_b{}^2$ (2)

Remplazar 2 en 1

$$2gR + \frac{1}{2}Rg = \frac{1}{2}v_a{}^2$$

$\sqrt{5gr} < v_a$

6. Los bloques m1 y m2 están unidos por una cuerda como se indica en la figura. m1 desliza por una mesa horizontal con coeficiente dinámico de fricción μ . En la situación A los bloques se sueltan desde el reposo. La situación B es un instante antes de que m2 choque con el piso. A partir de ese momento la cuerda pierde la tensión y m1 sigue deslizando hasta detenerse en la situación C. Usando métodos de trabajo y energía, determine el coeficiente de fricción μ en términos de m1, m2, h y d. Este método proporciona una manera experimental de determinar μ.



$para\ m_1$

$\sum f_N = \frac{1}{2}m_1v_f{}^2$

$$T - \mu m_1 g = \frac{1}{2}m_1v_f{}^2$$

$para\ m_2$

$$\sum f_N = \frac{1}{2} m_2 {v_f}^2$$

$$m_2 g - T = \frac{1}{2} m_2 {v_f}^2$$

$W_T = K_f - K_i$

$W_{m_1 g} + w_{m_2 g} = K_f$

La velocidad en este momento es una

$Th - \mu m_1 g h + m_2 g h - Th = \dfrac{1}{2} v^2 (m_1 + m_2)$

$-\mu m_1 g h + m_2 g h = \dfrac{1}{2} v^2 (m_1 + m_2)$

$\dfrac{2gh(-\mu m_1 + m_2)}{(m_1 + m_2)} = v^2$

Después que m_2 toca el piso

$W_T = -K_i$

$W_{fr} = -\dfrac{1}{2} v^2 m_1$

$-\mu m_1 g d = -\dfrac{m_1 g h(-\mu m_1 + m_2)}{(m_1 + m_2)}$

$-\mu d = \dfrac{\mu m_1 h - m_2 h}{(m_1 + m_2)}$

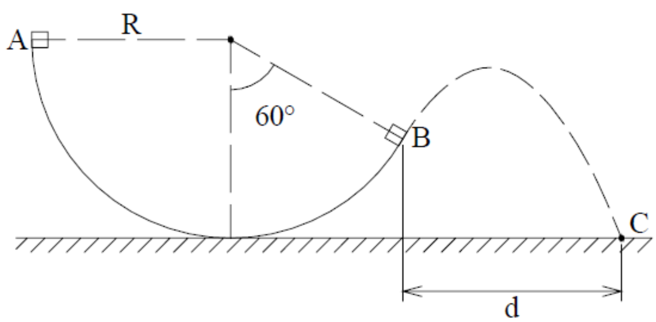
$(m_1 + m_2)\mu d = -\mu m_1 h + m_2 h$

$(m_1 + m_2)\mu d + \mu m_1 h = m_2 h$

$\mu[(m_1 + m_2)d + m_1 h] = m_2 h$

$\mu = \frac{m_2 h}{[(m_1 + m_2)d + m_1 h]}$ $\mu = \frac{m_2 h}{m_1(h+d) + m_2 d}$

7. Una masa que se suelta desde A, desliza por una pista circular vertical sin fricción que termina en B ¿A qué distancia d cae al piso horizontal?



$$Y = R - R\cos 60$$

$$Y = R - \frac{R}{2}$$

$$Y = \frac{R}{2}$$

$$h = R\cos 60$$

$$E_{mi} = E_{mf}$$

$$mgR\cos 60 = \tfrac{1}{2}m{v_f}^2 \qquad v_f = \sqrt{Rg}$$

En este problema se utiliza parabólico. En este punto $v_f = v_o$

$$X = v_o \cos 60\, t$$

$$Y = v_o \sin 60\, t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$-\tfrac{R}{2} = \sqrt{Rg}\sin 60\, t - \tfrac{1}{2}gt^2$$

$$\tfrac{1}{2}gt^2 - \tfrac{\sqrt{Rg}\sqrt{3}}{2} - \tfrac{R}{2} = 0 \qquad gt^2 - \sqrt{Rg}\sqrt{3} - R$$

$$t = \frac{\sqrt{Rg}\sqrt{3} \pm \sqrt{\left(\sqrt{Rg}\sqrt{3}\right)^2 - 4Rg}}{2g}$$

$$t_1 = \frac{\sqrt{Rg}\sqrt{3} + \sqrt{\left(\sqrt{Rg}\sqrt{3}\right)^2 - 4Rg}}{2g}$$

$$t_1 = \frac{\sqrt{gr3} + \sqrt{7gr}}{2g}$$

$$t_1 = \frac{\sqrt{gr}\left(\sqrt{3} + \sqrt{7}\right)}{2g}$$

Reemplazamos en X

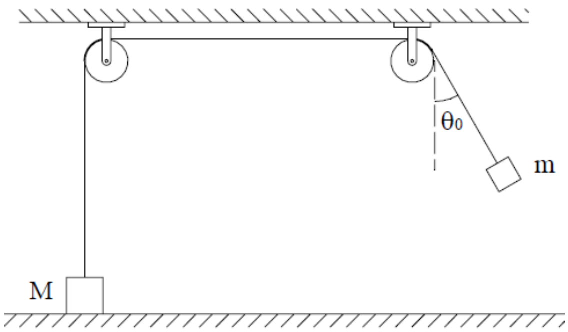
$$X = \frac{\sqrt{Rg}}{2}\left(\frac{\sqrt{gr}(\sqrt{3}+\sqrt{7})}{2g}\right)$$

$$X = \frac{Rg(\sqrt{3}+\sqrt{7})}{4g}$$

$$X = \frac{R(\sqrt{3}+\sqrt{7})}{4}$$

$$\frac{X}{R} = \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{7})}{4}$$

8. Un bloque de masa M reposa sobre una superficie horizontal y está unido por una cuerda a otro bloque de masa m, como se muestra en la figura. Hallar el mínimo ángulo θo desde el cual debe soltarse m, para que M alcance justo a levantarse del piso cuando m describe su movimiento pendular.



$$h = r - r\cos\theta$$

$$E_{mi} = E_{mf}$$

$$mg(r - r\cos\theta\,) = \frac{1}{2}mv^2$$

$$2g(1-\cos\theta) = \frac{v^2}{r}$$

$$\sum fn = 0$$

$$t - Mg = 0$$

$$\sum fn = m\frac{v^2}{r}$$

$$t - mg = m\frac{v^2}{r}$$

$$Mg - mg = m\frac{v^2}{r}$$

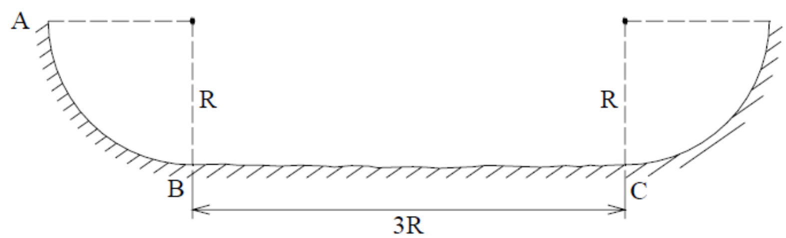
$$Mg - mg = 2mg(1 - \cos\theta)$$

$$\frac{M}{2m} - \frac{1}{2} - 1 = -\cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{1}{2}\left(3 - \frac{M}{m}\right)$$

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\left(3 - \frac{M}{m}\right)\right)$$

10. Una pista está formada por dos tramos verticales lisos en forma de cuarto de círculo y un tramo horizontal rugoso. Si el bloque se suelta desde A y el coeficiente dinámico de fricción en el tramo rugoso es 1 4 , hallar en qué punto se detiene definitivamente el bloque.



$$mgr - \frac{3mgr}{4} = \frac{1}{2}m{v_f}^2$$

$$-\frac{3gr}{4} + gr = \frac{1}{2}{v_f}^2$$

$\frac{1}{2}gr = {v_f}^2$ la velocidad cuando a recorrido 3r

$$n = mg$$

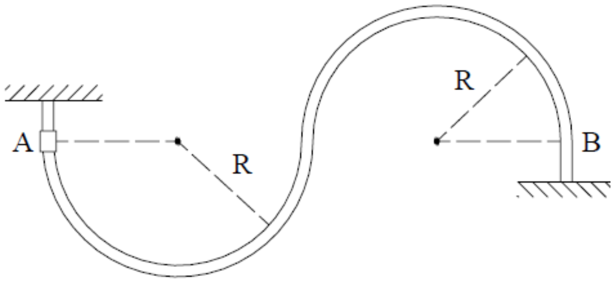
$$\frac{1}{4}mgx = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\frac{1}{4}gx = \frac{1}{4}gr$$

$$x = r$$

R a la izquierda de c

13. Un collarín se mueve por una varilla lisa formada por dos semicírculos verticales. ¿Qué velocidad debe dársele al collarín en A para que logre llegar a B?



$$mgr = \frac{1}{2}mv^2$$
$$2gr = v^2$$
$$v^2 > \sqrt{2gr}$$